

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

測圓海鏡卷一至三

詳校官欽天監博士張大樞

聖臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣 臣 繆 琪

校對官香靈臺郎 臣 陳際新

謄錄監生 臣 施 華

欽定四庫全書

子部六

測圓海鏡

天文算法類二

算書之屬

提要

臣等謹案測圓海鏡十二卷元李冶撰冶字

鏡齋樂城人金末登進士入元官翰林學士

事蹟具元史本傳其書以勾股容圓為題自

圓心圓外縱橫取之得大小十五形皆無奇

零次列識別雜記數百條以窮其理次設問

一百七十則以盡其用探賾索隱參伍錯綜
雖習其法者不能驟解而其草多言立天元
一按立天元一法見於宋秦九韶九章大衍
術中厥後授時草及四元玉鑑等書皆屢見
之而此書言之獨詳其法關乎數學者甚大
然自元以來疇人皆株守立成習而不察至
遂無知其法者故唐順之與顧應祥書稱立
天元一漫不省為何語顧應祥演是書為分

類釋術其自序亦云立天元一無下手之術
則是書雖存而其傳已泯矣明萬厯中利瑪
竇與徐光啟李之藻等譯為同文算指諸書
於古九章皆有辨訂獨於立天元一法闕而
不言徐光啟於勾股義序中引此書又謂欲
說其義而未遑是此書已為利瑪竇所見而
猶未得其解也迨我

國朝釀化翔洽梯航鱗萃歐邏巴人始以借根

方法進

呈

聖祖仁皇帝授

蒙養齋諸臣習之梅鼓成乃悟即古立天元一

法於赤水遺珍中詳解之且載西名阿爾熱

巴拉

案原本作阿爾熱巴達
謹據西洋借根法改正

即華言東來法

知即治之遺書流入西域又轉而還入中原

也今用以勘驗西法一一脗合鼓成所說信

而有徵特錄存之以為算法之秘鑰且以見
中法西法互發益明無容設吟域之見焉乾
隆四十六年二月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

第六十四卷

提要

原序

數本難窮吾欲以力强窮之彼其數不惟不能得其凡而吾之力且憊矣然則數果不可以窮耶既已名之數矣則又何為而不可窮也故謂數為難窮斯可謂數為不可窮斯不可何則彼其冥冥之中固有昭昭者存夫昭昭者其自然之數也非自然之數其自然之理也數一出於自然吾欲以力强窮之使隸首復生亦末如之何也已苟能推自然之理以明自然之數則雖遠而乾

端坤倪幽而神情鬼狀未有不合者矣予自幼喜算數
恒病夫考圓之術例出於牽強殊乖于自然如古率徽
率密率之不同截弧截矢截背之互見內外諸角析剖
支條莫不各自名家與世作法及反覆研究卒無以當
吾心焉老大以來得洞淵九容之說日夕玩繹而向之
病我者使爆然落去而無遺餘山中多暇客有從余求
其說者於是乎又為衍之遂累一百七十問既成編客
復目之測圓海鏡蓋取夫天臨海鏡之義也昔半山老

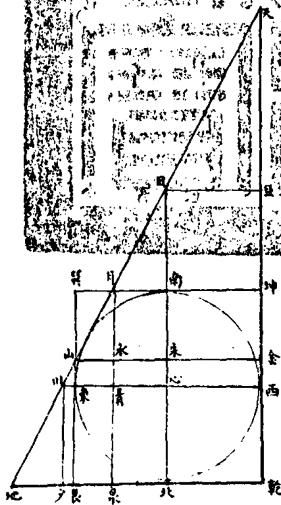
人集唐百家詩選自謂廢日力于此良可惜明道先生
以上蔡謝君記誦為玩物喪志夫文史尚矣猶之為不
足貴況九九賤技能乎嗜好酸鹹平生每痛自戒勅竟
莫能已類有物憑之者吾亦不知其然而然也故嘗私
為之解曰由技兼于事者言之夷之禮夔之樂亦不免
為一技由技進乎道者言之石之斤扁之輪非聖人之
所與乎覽吾之編察吾苦心其憫我者當百數其笑我
者當千數乃若吾之所自得則自得焉耳寧復為人憫

笑計哉李治序

欽定四庫全書

測圓海鏡卷一

圓城圖式



元 李冶 撰

總率名號

天之地為通弦

天之乾為通股

乾之地為通勾

天之川為邊弦

天之西為邊股

西之川為邊勾

日之地為底弦

日之北為底股

北之地為底勾

天之山為黃廣弦

天之金為股

金之山為勾

月之地為黃長弦 月之泉為股

泉之地為勾

天之日為上高弦 天之旦為股

旦之日為勾

日之山為下高弦 日之朱為股

朱之山為勾

月之川為上平弦 月之青為股

青之川為勾

川之地為下平弦 川之夕為股

夕之地為勾

天之月為大差弦 天之坤為股

坤之月為勾

山之地為小差弦 山之艮為股

艮之地為勾

日之川為皇極弦 日之心為股

心之川為勾

月之山為太虛弦 月之水為股

水之山為勾

日之月為明弦 日之南為股

南之月為勾

山之川為重弦 山之東為股

東之川為勾

今問正數

通弦六百八十 勾三百二十 股六百

勾股和九百二十較二百八十

勾弦和一千較三百六十

股弦和一千二百八十較八十

弦較和九百六十較四百

弦和一千六百較二百四十

邊弦五百四十四 勾二百五十六 股四百八十

勾股和七百三十六較二百二十四

勾弦和八百較二百八十八

股弦和一千零二十四較六十四

弦較和七百六十八較三百二十

弦和一千二百八十較一百九十二

底弦四百二十五 勾二百 股三百七十五

勾股和五百七十五較一百七十五

勾弦和六百二十五較二百二十五

股弦和八百較五十

弦較和六百較二百五十

弦和和一千較一百五十

黃廣弦五百一十 勾二百四十

即城徑也

股四百五

十

勾股和六百九十較二百一十

勾弦和七百五十較二百七十

股弦和九百六十較六十

弦較和七百二十較三百

弦和一千二百較一百八十

黃長弦二百七十二 勾一百二十八 股二百四

十

即城徑也

勾股和三百六十八較一百一十二

勾弦和四百較一百四十四

股弦和五百一十二較三十二

弦較和三百八十四較一百六十

弦和和六百四十較九十六

高弦二百五十五

同上

勾一百二十

即半徑

股二

百二十五

勾股和三百四十五較一百零五

勾弦和三百七十五較一百三十五

股弦和四百八十較三十

弦較和三百六十較一百五十

弦和和六百較九十

平弦一百三十六

同上

勾六十四

股一百二十

即半
徑也

勾股和一百八十四較五十六

勾弦和二百較七十二

股弦和二百五十六較十六

弦較和一百九十二較八十

弦和和三百二十較四十八

大差弦四百零八 勾一百九十二 股三百六十

勾股和五百五十二較一百六十八

勾弦和六百較二百一十六

股弦和七百六十八較四十八

弦較和五百七十六較二百四十

弦和九百六十較一百四十四

小差弦一百七十 勾八十 股一百五十

勾股和二百三十較七十

勾弦和二百五十較九十

股弦和三百二十較二十

弦較和二百四十較一百

弦和和四百較六十

皇極弦二百八十九 勾一百三十六 股二百五

十五

勾股和三百九十一較一百一十九

勾弦和四百二十五較一百五十三

股弦和五百四十四較三十四

弦較和四百零八較一百七十

弦和和六百八十較一百零二

太虛弦一百零二 勾四十八 股九十

勾股和一百三十八較四十二

勾弦和一百五十較五十四

股弦和一百九十二較一十二

弦較和一百四十四較六十

弦和和二百四十較三十六

明弦一百五十三 勾七十二 股一百三十五

勾股和二百零七較六十三

勾弦和二百二十五較八十一

股弦和二百八十八較一十八

弦較和二百一十六較九十

弦和和三百六十較五十四

車弦三十四 勾十六 股三十

勾股和四十六較一十四

勾弦和五十較一十八

股弦和六十四較四

弦較和四十八較二十

弦和八十較十二

識別雜記

天之于日與日之於心同心之于川與川之于地同
日之于心與日之于山同故以山之川為小差 川
之于心與川之于月同故以月之日為大差

明勾車股相得名為內率求虛積 明股車勾相得

名為外率求虛積 虛勾虛股相得名為虛率求
虛積

凡勾股和即弦黃和 凡大差即股黃較 凡小差
即勾黃較

高股平勾差名角差 又名遠差此數即高平二差共
也 又為明和車和較也 又為通差內去極差又為
極差虛差共 明車二差共名次差 又名近差 又
名戾音列和此數又為明大差車小差較也 勾圓

差之股股圓差之勾相併名混同和此數又為一
徑一虛弦共也 明車二差較名傍差此數又為
高平二差較又為極雙差內減虛和又為極和內
減城徑也 虛差不及傍差名菱差此數又為大
差差內去角差又為極差內去二之平差又為次
差內去小差差又為明股車勾共內去二之明勾
也 虛差傍差共為菱和菱音判
凡大差股小差勾相乘為半段徑罫 大差勾小差

股相乘亦同上 虛勾乘大股得半段徑冪 虛

股乘大勾亦同上 邊股重股相乘得半徑冪

明勾底勾相乘亦同上 黃廣股黃長勾相乘得

徑冪 高股平勾相乘得半徑冪 明弦明股併

與重弦重勾併相乘得半徑冪 明弦明勾併與

重弦重股併相乘亦同上 高弦平弦相乘為一

段皇極積 明勾重股相乘倍之為一段太虛積

明股重勾相乘亦同

右諸雜名目

通弦上勾股和即一城徑一通弦也其較即勾圓差之勾股圓差之股相較也 勾弦和即二勾一大差其較則大差也 股弦和即二股一小差其較則小差也 弦較和為一徑三差共其較則大勾小差共也 三事和即邊弦三事和上帶大勾也 又為底弦三事和上帶大股也其較則城徑也 邊弦上勾股和為通股平弦共其較則大差股內去

平弦也 勾弦和即通股底勾共其較則明股明
弦共也 股弦和即通股通弦和內少个邊勾也
其較則平勾也 弦較和為大差上股弦和其較
則大勾也 三事和即通弦上股弦和又為黃廣
三事和上帶勾圓差也其較則大差勾也又為平
弦上弦較和又為太虛弦上股弦和也

底弦上勾股和為通勾高弦共其較則高弦內去小
差勾也 勾弦和為通弦上弦較較與高股共其

較則高股也 股弦和為半个通弦上三事和其

較則東弦上勾弦和也 弦較和為大差上勾弦

和也其較則小差上勾弦和也 三事和即通弦

上勾弦和又為黃長三事和上帶股圓差其較則

小差股也又為高弦上弦較較又為太虛弦上勾

弦和

黃廣弦上勾股和為大股虛股共又為通勾通股共

內少个 小差上勾股和其較則兩個高差也 勾

弦和為二高弦一圓徑共其較則二明股也 股
弦和為通弦上弦較和其較則二重股也 弦較
和即兩個大差股也其較即兩個小差股也 三
事和兩大股也其較則兩虛股也

黃長弦上勾股和為大勾虛勾共又為通和內少个
大差上勾股和也其較則兩個平差也 勾弦和
為通弦上弦較較其較則兩個明勾也 股弦和
為二圓徑二重勾其較則二重勾也 弦較和為

兩個大差勾也其較則兩個小差勾也 三事和
為兩大勾其較則兩虛勾也

高弦上勾股和為高弦虛股共又為一徑及高勾高
股差也其較則底弦內減大勾也又為邊股內減
底股也 勾弦共則底股其較則明股也 股弦
共即邊股其差則東股也 弦較共則大差股其
較則小差股也 三事和即大股其較則虛股也
又為小差上勾弦較 又為明弦上弦較較

平弦上勾股共即平弦虛勾共也其較則大股內減
邊弦也 勾弦共即底勾其差則明勾也 股弦
共即邊勾其較則重勾也 弦較共即大差勾其
較則小差勾也 三事和即大勾其較則虛勾也
又為大差上股弦較又為重弦上弦較和

大差上勾股和即大股內去虛勾其差則大差弦內
去圓徑也 弦勾共即大股其差則大差股內去二
之明勾也 股弦和為大股上加个大中差也

按大

中差乃明股弦其較則虛勾也 弦較和為兩個

和與半徑之較 邊弦上勾弦較其較即城徑也 三事和即大股

與股圓差共又為大弦大較共又為二邊股其較
則太虛上弦較和也

小差上勾股和即大勾內去虛股也其較則圓徑內
去小差弦也 勾弦和為大勾上減個小中差也

按小中差乃重勾
弦和與半徑之較 其較則虛股也 股弦共即大

勾其較則小差勾內去兩個重股也 弦較和為

圓徑其較則為兩個底弦上股弦較又為兩個車
弦上勾弦和也 三事和即大勾與勾圓差共也
又為大弦大較較 按即通弦上弦較較 又為二底勾其較則
太虛上弦較較也

皇極勾股和即高弦平弦共其較則明股內去車勾
也 勾弦共即底弦其較則明弦也 股弦共則
邊弦其較則車弦也 弦較和為高弦明弦共又
為大股內減大差勾又為大差弦其較則小差弦

也 三事和即通弦其較則太虛弦也 又為明勾
車股共 又為高弦內減明弦 又為平弦內減車弦
又為大差勾上減虛股 又為小差股上減虛勾也
太虛勾股和即圓徑內減虛弦 又為虛弦虛黃方共
又為皇極弦內去明股車勾共其差則大差勾內
減個小差股也 勾弦共即小差股也其較則虛
股內減個小黃方也 股弦共即大差勾其較則
虛勾內減個小黃方也 弦較和為大差弦上弦

和較又黃長弦上勾弦較又為兩個明勾其較小
差弦上黃方面也 三事和即大黃方其較則為
兩個明弦上股弦較又為車弦上兩個勾弦較又
為明弦上小差與車弦上大差共也

明弦勾股和即大差股內減明弦其較則明弦內減
虛股也 勾弦併即高股其較則高股內少二之
明勾也 股弦和即邊股內減大差勾又為邊勾
邊弦差其較則半个虛黃方也 弦較和即大差

上勾弦較其較則虛股也 三事和即股圓差其

較則太虛上勾弦較又為虛股內減虛黃方也

車弦上勾股和即小差內減車弦其較則虛勾內減

車弦也 勾弦和即底勾內減小差股又為底股

底弦差其較則半个虛黃方也 股弦和即平勾

其較則平勾內少二个車股也 弦較和即虛勾

其較則小差上股弦較也 三事和即勾圓差其

較則太虛上股弦較又為虛勾內減虛黃方也

前黃廣勾股下 其勾股較又為大差股上少个小

差股又為中差

按中差係通勾股較

內少个小差較又為黃

廣股內少一徑 勾弦共又為兩個底股又為大

股與小差股共 股弦和又為大弦中差共又為

兩個邊股 股弦差又為小差上黃方面

前黃長勾股下 其勾股較又為大差勾上少个小

差勾也又為圓徑內少个黃長勾 勾弦共又為

兩個底勾又為大勾與小差勾共 勾弦較又為

大差上黃方面 股弦共又為兩個邊勾

右五和五較

大弦為大勾與股圓差共又為大股與勾圓差共

邊弦乃邊股平勾共又為大股內減平弦上勾股

較 底弦乃底勾高股共又為大勾內加一個高

差 黃廣弦為大股內減虛股又為邊股重股共

黃長弦乃大勾內減虛勾又為底勾明勾共

高弦乃大差弦內減明弦又為明弦虛弦共 平

弦乃小差弦內減重弦又為重弦虛弦共 大差
弦乃大股內減大差勾又為高弦明弦共又大弦
內去黃長弦 小差弦為大勾內減小差股又為
平弦重弦共又為大弦內去黃廣弦 極弦乃高
股平勾共又為平弦明弦共又為高弦重弦共又
為大差弦內減高平二弦較又為小差弦內加高
平二弦較 虛弦乃皇極黃方面又為明勾重股
共又為高弦內減明弦又為平弦內減重弦 明

弦乃高弦內減虛弦 車弦乃平弦內減虛弦

黃廣弦黃長弦相併為大弦虛弦共也以此數減于

大和餘即虛和 若以二弦相減餘即虛弦平弦

共也

按虛弦平弦共此題
數偶合當云二極差

黃廣弦又為大差弦

虛弦共 黃長弦又為小差弦虛弦共 以黃長

弦減于大勾餘即虛勾 以黃廣弦減于大股餘

即虛股

邊弦底弦相併為大弦皇極弦共也于此併數內減

大和餘為皇極弦內減圓徑也 若以二弦相減

餘即皇極差也此數同者最多故又為皇極弦內

少个 小差弦又為高弦平弦較又為明股內少重

勾又為大差弦內少皇極弦又為次差虛差共也

邊弦又為皇極股弦共又為黃廣弦重弦共

底弦又為皇極勾弦共又為黃長弦明弦共也

以邊弦減大股餘為半徑內減平勾又為平弦內

減小差勾也 底弦內減大勾餘為高股內減半

徑又為大差股內減高弦也

黃廣弦內減邊股即車股 黃長弦內減底勾即明

勾也

高弦高股共即邊股 平弦平勾共即底勾 高弦

高勾共即底股 平弦平股共即邊勾

上高弦減于通股餘即邊股內減車股也 下平弦

減于通勾餘即邊勾內減明勾也 高弦平弦相

併即大弦內少个皇極弦也若以相併數減於大

和餘為皇極弦圓徑共也 高弦平弦相減餘即
皇極差也 又為皇極弦上減小差弦也 若以相減
數却加于相併數即黃廣弦也

高弦內減明股得半徑 平弦內減車勾亦同上

皇極勾上加明弦為皇極弦 皇極股上加車弦亦
同上

皇極弦 得極勾即底弦 得極股即邊弦 內去
極勾即明弦 去極股即車弦 減于通弦即極

和 得虛弦亦同上 內去虛弦即明弦重弦共

去虛黃即明和重和共也 去城徑即傍差

內加極差即大差弦 去極差即小差弦 加角

差即兩個高股 減角差即二平勾

太虛弦 加入極弦為極和 極弦內去之即明重

二弦共 再去之則明大差重小差併也 加于

大差弦即黃廣弦 加于小差弦即黃長弦 內

去明勾則重勾 加明勾為圓徑內少虛黃重股

共 加入明股為明和重股共 減于明股即明
較內去重股 加入明弦為極股 減于明弦為
明大差重小差內少个重弦 加于明和即兩個
虛弦一个高差共也 減于明和即高差也 內
去重勾即明勾重較共 又為重股平差共 加于
重勾即重和明勾共 加于重股為二虛弦內少
明勾 又為圓徑內少虛黃明勾共 內減重股即
明勾 內加重弦即極勾 減于重弦為明勾內

少个重小差 加入重和即两个虚弦内少个平
差也 内減重和即平差也 加入明重二和共
即極和内少个虚黄也 若減於明重二和共即
明股重勾共也 減于高弦即明弦減于平弦即
重弦加于角差即二明勾一極差也 減于角差
即一極差二重股較也 得傍差即明股重勾共

内減傍差即太虚三事和内去了極雙差也

按雙

差係勾弦
差股弦差

内加虚差即二明勾 内減虚差即

二重股 內加虛黃方即虛和 內減虛黃方即
太虛大小差併也

右諸弦

大差弦小差弦共即兩個極弦也以兩個極差為之
較 大差差小，差差共即兩個極差也以兩個傍
差為之較 大差上大差小差上大差共即兩個
明弦也以兩個明差為之較 大差上小差小差
上小差共即兩個重弦也以兩個重差為之較

大差黃

按即二
明勾

小差黃

按即二
黃股

數共即兩個極黃

按即二
虛弦

也以兩個虛差為之較

大差勾小差勾

共即兩個極勾也以兩個平差為之較 大差股

小差股共即兩個極股也以兩個高差為之較

二和共為二極和以二角差為之較

大差上弦較較即圓徑 小差上弦較和亦同上

大差上小差即虛勾 小差上大差即虛股也

大差弦與明勾共即邊股 小差弦與車股共即

底勾也

大差弦內減中差即黃長勾

按勾應作股小

差弦內加中差即黃廣股也

按股應作勾

大股內減小

差股即黃廣股

大勾內減大差勾即黃長勾也

虛弦得虛股即大差勾

虛弦得虛勾即小差

股也

明段弦較和即大差上勾弦較

明段弦

較較即小差上勾弦較也

重段弦較和即大差

上股弦較

重段弦較較即小差上股弦較也

大差勾內減虛弦餘即虛股

小差股內減虛弦

餘即虛勾也 以大差和減大股即虛勾 以小

差和減大勾即虛股也 以大差差減圓徑即明

勾此差若多於圓徑則內減圓徑餘即虛勾也

此按

條因題數偶合而誤若勾股差甚大甚小者皆不能合

以小差差減圓徑

即小差弦也 大差弦上加一徑即大股上加虛

勾也 小差弦上加一徑即大勾上加虛股也

大差股內減高弦餘即高股內減半徑 平弦內

減小差勾餘即半徑內減平勾也 大差內減虛

差即二明差 小差內減虛差即二重差也

大弦內減大差股小差勾共即圓徑 三事和內減
二之大差股小差勾共即三個圓徑也

大差勾小差股相併名混同即一圓徑一虛弦也若
以相減即虛差也

大差和小差和二數相併即大弦虛弦共也 二數
相減即中差虛差共也 又半之併數即為極弦虛
弦共也 又為高弦平弦共 又為皇極勾股共也

大差差小差差二數相併即兩個皇極差又為大差

弦內減小差弦也 二數相減而半之即是皇極

弦上減圓徑也

即傍差

右大小差

大差差小差差虛差共為一個通差 高平極三差

共亦同上 明直虛三差共為一個極差也 諸

黃方面亦倣此

邊黃內減底黃即虛差 黃廣黃內減黃長黃即二

虛差 高黃內減平黃即虛差蓋高黃即虛股平黃即虛勾也 大差黃內減小差黃即二虛差蓋大差黃即二明勾小差黃即二車股也 明黃內減車黃餘即虛差 車弦上三差合成一個虛黃方

高差內減平差為傍差 邊差內減底差亦同上
明差內減車差亦同上 大差差內減小差差為二
旁差 黃廣差內減黃長差亦同上

極雙差即明重二弦共 內加虛雙差即明重二和

共 內減虛雙差即明雙差重雙差共也 內加

旁差即極弦內少个虛弦旁差差 內減旁差即

虛和也 內加虛差即極弦內少二重股 內減

虛差則極弦內少二明勾也

極差內加旁差為大差差 內減旁差為小差差也

內加虛差即角差 內減虛差即次差也 倍

極差為大差差小差差共則倍旁差為之較 倍

極弦為大差弦小差弦共倍極差為之較 以極
差為明差平差共則以夔差為之較 以極差為
高差重差共則以夔和為之較 副置夔和上加
夔差而半之即旁差也 減夔差而半之則虛差
也 極差內減二之平差得夔差

角差內加旁差為二高差 內減旁差即二平差也
內加明重二差併而半之得極差 內減明重
二差而半之則虛差也 內加極差則通差 內

減極差則虛差也

以虛差減於明和為明車二股共 以虛差加於車

和為明車二勾共也 又副置二和共上加次差

而半之即明車二股共 減次差而半之即明車

二勾共也 明車二股共以高差為之較 明車

二勾共以平差為之較

以高差減明和即虛弦 以平差加車和亦同上

以高差減高股即半徑 以平差加平勾亦同上

以高差減大差差即明差 以平差減小差差
即重差也 以高差減大差即高弦 以平差加
小差即平弦也 二之平差內去虛差餘即小差
差 去二虛差即兩個重差

高股即半徑上股方差 平勾即半徑上勾方差
故高勾平股共為全徑也 黃廣股即全徑上股
方差 黃長勾即全徑上勾方差 故黃廣勾黃
長股共數為兩個全徑也

邊弦內減底弦即皇極差 邊股內減底股即高差

又為底弦內減大勾 邊勾內減底勾即平差又
為大股內減邊弦也

大勾減底弦餘即半徑為勾之中差也 大股內減

邊弦餘即半徑為股之中差也 邊股底勾相併

即大弦 若以相減即通中差也

二高股一虛差合成一個股圓差 二平勾一虛差

合成一個勾圓差

按此二條誤當云二明股一虛股合成一個股圓差 二重勾

一虛勾合成一
个勾圓差也

明雙差亦為明車二大差其較則明差也 車雙差

亦為明車二小差其較則車差也 明雙差內減

明差即虛黃 車雙差上加車差亦同上 以明

雙差加明和即兩明弦 以車雙差加車和則兩

車弦也 以明雙差減明和而半之即明黃又為

虛大差 以車雙差減於車和而半之即車黃又

為虛小差也 以虛大差減明和即為明弦 以

虛小差減車和即車弦也 明雙差車雙差相較

則次差也 明雙差車雙差相併加於明車二和

共則為兩個極雙差 若以減於明車二和共則

為兩個虛雙差也 明雙差上加虛雙差即明車

二股共 車雙差上加虛雙即明車二勾共也

以明車二股共為明弦車黃共則高差虛黃共為之

較 按明弦車黃較 又為明大小差虛大小差共則明車二

股共內去兩個虛雙差為之較也 按明大小差虛大小差之較

以明車二勾共為車弦明黃共則以平差虛黃

較為之較又為車大小差虛大小差共則明車二

勾共內減兩個虛大小差為之較也

按虛大小差車大小差之

較

明車二和共內減旁差即二虛弦 虛弦內加旁差

明股車勾共也

明和內去平差即明股車勾共 車和上加高差亦

同上也 明和內去高差即虛弦 車和上加平

差亦同上 明弦內去高差即虛勾 東弦上加
平差即虛股也 明股內去東股即高差 去東
勾則極差也 明勾內去東股即虛差 去東勾
則平差也

明車二股併內減虛弦即明差 明車二勾併減於
虛弦即車差

明車二和共又為明車二弦共與明車二黃共數也
其較則明雙差車雙差共數也 其明車二和共

數內減旁差即二虛弦也 若內減虛雙差即明
車二弦共也

極弦得極差為大差弦大差弦內減明和則高弦內
減虛大差也 內減極差則為小差弦小差弦內
減車和則是平弦內減虛小差也 又大差弦內
減明和與高股共餘則為虛勾不及明勾數 小
差弦內減車和與平勾共餘則為車股不及虛股
數也

右諸差

邊勾邊股差又為皇極差與高差共也又為邊弦內
去大勾也 邊勾邊弦共又為大勾邊股共 邊
勾邊弦較又為大差弦內減半徑也 邊股邊弦
較又為車股弦和

底勾底股差又為皇極差平差共又為大股內去底
弦又為高股內去底小差 底勾底弦共為大弦
內少个底股大勾差 底勾底弦較又為明弦上

勾弦和 底股底弦共與邊勾邊弦共同 底股

底弦較 又為底勾內少小差股也

邊股內減高弦餘則高股 內減大差弦餘則明勾

內減底弦即底股內減大勾也 又為高弦內減

底勾也

底勾內減平弦餘即平勾 內減小差弦餘即重股

以底勾減於邊弦餘即大股內減邊勾也 又為

邊股內減平弦也

邊弦內減底股與底弦內減邊勾同為皇極弦內減
半徑也

皇極勾內減明勾餘即平勾也若減重勾即半徑也
倍之則為底勾明勾共 皇極股內減重股餘即
高股也若減明股餘即半徑也倍之則為邊股重
股共也

明股得虛股即高股 明勾得虛勾即半徑 重股
得虛股即半徑 重勾得虛勾即平勾也 高弦

內減高股即重股 平弦內減平勾即明勾也

明弦內減明差即虛股 重弦內加重差即虛勾

也 高股即虛明二股共 平勾即虛重二勾共

也 明弦明勾併數與高股同 重弦重股併數
與平勾同也

明股重勾相併減於極弦即虛和又為極黃虛黃共
數也

明重二弦併 內減重雙差即明重二股併 內減

明雙差即明車二勾併 內加虛弦即極弦 內減虛弦即明大差車小差併也

以明和為明弦明黃共則明雙差為之較 以車和

為車弦車黃共則車雙差為之較也 明和又為

高差虛弦共又為極差與明車二勾共數 車和

又為平差少於虛弦數 又為極差少於明車二股

數

半之三事和內加半黃方即勾股共 若減之則弦

也 半圓徑內加半虛黃即虛和 減半虛黃即
虛弦也 又以半虛黃加明和即高股以半虛黃加
車和即平勾也 加明股則明弦 加車股則車
弦也 減明勾則明黃 減車股則車黃也 以
虛黃加明黃則為虛股 以加車黃則虛勾也

右諸率弦見

高弦車弦共為極弦其差即虛弦極差共也 高股
車股共為高弦其差即虛股高差共也 高勾車

勾共為平弦其差即半徑內減車勾也 高和車

和共為極和其差即極和內少二車和也 高差

車差共為極差其差即虛差旁差共也 高黃車

黃共為虛弦其差即車黃不及虛股數也

高黃即虛股

高大差車大差共即明弦其差即半虛黃不及明股數也此高大差即明股此車大差即半虛黃也

高小差

即車股

車小差共即車弦其差即車小差

不及車股數也 明平二弦共亦為極弦其較即

虛弦不及極差數也 明平二股共亦為高弦其

較即明股內減半徑也 明平二勾共亦為平弦

其較即平差內去虛勾也 明平二和共亦為極

和其較即極和內少二之平和也 明平二差共

亦為極差其較即虛差不及旁差數也 明平二

黃共亦為虛弦其較則虛勾按虛勾即平黃不及明黃數

也 明平二大差共亦為明弦其較即明勾不及

明大差數平大差即明勾 明平二小差共亦為重弦其

較則車勾不及半虛黃數也此明小差即半虛黃
此平小差即車勾

右四位相套

邊弦 自減其股為平勾 自減其勾為明股明弦
併 減於通弦餘平弦 減於通股餘平差 內
減通勾餘邊差 內減底弦餘極差 內減底股
為半徑旁差共又為極弦內少半徑 內減底勾
即大股內去邊勾也 內減黃廣弦餘車弦 內

減黃廣股即小差股內去平差 內減黃廣勾即

大差股內去平差 內減黃長弦又得黃長弦

此按

條誤

內減黃長股與內減黃廣勾同 內減黃長

勾即大股內去極勾虛勾共 內減皇極弦餘高
弦

底弦 自減其股為重勾重弦併 自減其勾為高

股 減於通弦餘高弦 減於通股餘底差 內

減通勾餘高差 減於邊弦餘極差 減於邊股

即底差內去半徑 內減邊勾即高差平勾共

減於黃廣弦餘為明大差重小差併

按此條亦係數偶合

減於黃廣股即底差內去小差股 內減黃廣勾

即一個明弦一個黃長股弦較 內減去黃長弦

餘明弦 內減黃長股與內減黃廣勾同 內減

黃長勾餘為高股明勾共 內減極弦為平弦

減於邊股又為底股內去大勾

高差平差共又為平勾高股差 以半徑減高股即

高差 半徑內減平勾即平差 明勾內減重勾
與平差同 明股內減重股與高差同 股圓差
內減極股即高差也 勾圓差減於極勾即平差
正股內去邊弦即平差也 底弦內去正勾即
高差也 大差勾內去極勾即平差也 極股內
去小差股即高差也 極差內去重差即高差也
內去明差即平差也

旁差即城徑極弦較也 又為明差重差較 又為高差

平差較 極差得之為大差差也去之則為小差
差也

又高差平差下 明和內去虛弦即高差 虛弦內
去重和即平差

大差弦內加虛差即黃廣股 小差股內減虛差即
黃長勾

通差內去高差即底差 內去平差即邊差也

虛大差得二虛勾即勾圓差之股 虛小差得二虛

股即股圓差之勾也

明股弦較與勾共即虛股也 車勾弦較與股共即

虛勾也

半虛黃 車勾得之即車弦也減於此數即虛黃內

去車弦也 車股得之虛勾也去之即車黃方也

車弦得之即平勾內去車黃也去之則車勾也

明勾內得之即虛股也去之則明黃方也 明

股得之即明弦也去之則明弦內去个虛黃方也

明弦得之即高股內去明黃也去之則明股也

右拾遺

按識別雜記約五百條皆隨時錄其所得未經
審定者故難易淺深不拘先後要皆精思妙義
足以開示數理之蘊奧者徐光啟亟傳新法而
於勾股義中獨推是書其必有所見矣

測圓海鏡卷一

欽定四庫全書

測圓海鏡卷二

元 李冶 撰

正率一十四問

假令有圓城一所不知周徑四面開門門外縱橫各有
十字大道其西北十字道頭定為乾地其東北十字
道頭定為艮地其東南十字道頭定為巽地其西南
十字道頭定為坤地所有測望雜法一一設問如後

或問甲乙二人俱在乾地乙東行三百二十步而立甲
南行六百步望見乙問徑幾里

答曰城徑二百四十步

法曰此為勾股容圓也以勾股相乘倍之為實併勾
股冪以求弦復加入勾股共以為法

草曰置甲南行六百步在地以乙東行三百二十步
乘之得一十九萬二千步倍之得三十八萬四千步
為實以乙東行步自之得一十萬零二千四百步為

勾冪以甲南行步自之得三十六萬步為股冪二冪
相併得四十六萬二千四百步為弦方實以平方開
之得六百八十步則弦也以弦加勾股共共得一千
六百步以為法如法而一得二百四十步則城徑也
合問

或問甲乙二人俱在西門乙東行二百五十六步甲南
行四百八十步望見乙問答同前

法曰此為勾上容圓也以勾股相乘倍之為實併勾

股冪以求弦加入股以為法

草曰置甲南行四百八十步在地以乙東行二百五十六步乘之得一十二萬二千八百八十步倍之得二十四萬五千七百六十步為實以乙東行步自之得六萬五千五百三十六步為勾冪以甲南行步自之得二十三萬零四百步為股冪勾股冪相併得二十九萬五千九百三十六步為弦方實以平方開之得五百四十四步為弦也以加入南行步共得一十

零二十四步以為法而一得二百四十步則城徑合
問

或問甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲南行
三百七十五步望見乙問答同前

法曰此為股上容圓也以勾股相乘倍之為實以勾
股冪求弦加入勾以為法

草曰置甲南行三百七十五步以乙東行二百步乘
之得七萬五千步倍之得一十五萬步為實以乙東

行自之得四萬步為勾冪以甲南行自之得一十四萬零六百二十五步為股冪勾股冪相併得一十八萬零六百二十五步為弦方實如平方而一得四百二十五步則弦也加入乙東行二百步共得六百二十五步以為法以法除之得二百四十步則城徑也

合問

或問甲乙二人俱在圓城中心而立乙穿城向東行一百三十六步而止甲穿城南行二百五十五步望見

乙問答同前

法曰此為勾股上容圓也以勾股相乘倍之為實併
勾股冪如法求弦以為法

草曰以二行步相乘得三萬四千六百八十步倍之
得六萬九千三百六十步為實置乙東行自之得一
萬八千四百九十六步為勾冪又以甲南行自之得
六萬五千零二十五步為股冪二冪相併得八萬三
千五百二十一步為弦方實以平方開之得二百八

十九步即弦也便以為法如法除實得二百四十步
即圓城之徑也合問

或問甲乙二人同立於乾地乙東行一百八十步遇塔
而止甲南行三百六十步回望其塔正居城徑之半
問答同前

法曰此為弦上容圓也以勾股相乘倍之為實以勾
股和為法

草曰以二行步相乘得六萬四千八百步倍之得一

十二萬九千六百步為實併二行步得五百四十步
以為法除實得二百四十步即城徑也合問

或問甲乙二人俱在坤地乙東行一百九十二步而止
甲南行三百六十步望乙與城參相直問答同前

法曰此為勾外容圓也以勾股相乘倍之為實以弦
較和為法

草曰以二行步相乘得六萬九千一百二十步倍之
得一十三萬八千二百四十步為實置乙東行自之

得三萬六千八百六十四步為勾冪又置甲南行自
之得一十二萬九千六百步為股冪二冪相併得一
十六萬六千四百六十四步為弦方實以平方開之
得四百零八即弦也又置甲南行步內減乙東行步
餘一百六十八步即較也以較加弦共得五百七十
六步以為法實如法而一得二百四十步為城徑也
合問

按此題用勾股求得弦即可加減得弦較較為城

徑今必以勾股相乘倍積為實求得弦加減得弦較和為法而後始得弦較較為城徑者蓋欲因此並明勾股相乘之倍積為弦較較弦較和相乘之積非故為紆迴也

或問甲乙二人同立於艮地甲南行一百五十步而止乙東行八十步望乙與城參相直問答同前

法曰此為股外容圓也以勾股相乘倍之為實以弦較較為法

草曰二行步相乘得一萬二千倍之得二萬四千步
為實以甲南行自之得二萬二千五百步為股冪又
以乙東行步自之得六千四百步為勾冪勾股冪相
併得二萬八千九百步為弦方實以平方開之得一
百七十步即弦也以二行步相減餘七十步為勾股
較也以此較又減弦餘一百步即弦較較也便以為
法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

按此題係弦較和為城徑其用法實以較取和之

意與上題同

或問甲乙二人同立於異地乙西行四十八步而止甲北行九十步望乙與城參相直問答同前

法曰此為弦外容圓也勾股相乘倍之為實以弦和較為法

草曰以二行步相乘得四千三百二十步倍之得八千六百四十步為實以甲北行自之得八千一百步為股冪又以乙西行自之得二千三百零四步為勾

冪併二冪得一萬零四百零四步為弦方實以平方
開之得一百零二步為弦也又併二行步得一百三
十八步為和以弦減和餘三十六步得黃方以為法
實如法而一得二百四十步即城徑也合問

按此題弦和即城徑其以勾股相乘倍積為實
黃方為法者亦以明弦和和黃方相乘之積與勾
股相乘之倍積為相等也

或問甲乙二人俱在南門乙東行七十二步而止甲南

行一百三十五步望乙與城參相直問答同前

法曰此為勾外容圓半也以勾股相乘倍之為實以大差為法

草曰以二行步相乘得九千七百二十步倍之得一萬九千四百四十步為實又以乙東行自之得五千一百八十四步為勾冪又以南行自之得一萬八千二百二十五步為股冪二冪相併得二萬三千四百零九步為弦方實以平方開之得一百五十三步即

弦也以乙東行七十二步為勾以減弦餘八十一步
即勾弦差也便以為法實如法而一得二百四十步
即城徑也合問

或問甲乙二人俱在東門甲南行三十步而止乙東行
一十六步回望甲與城參相直問答同前

法曰此為股外容圓半也以勾股相乘倍之為實以
小差為法

草曰以二行步相乘得四百八十步倍之得九百六

十步為實又以乙東行自之得二百五十六步為勾
冪又以甲南行自之得九百步為股冪二冪相併得
一千一百五十六步為弦方實以平方開之得三十
四步即弦也以甲南行三十步為股以減弦餘四步
以為法以法除實得二百四十步即城徑也合問
或問甲出西門南行四百八十步而止乙出東門南行
三十步望見甲問答同前

法曰此為半矮梯也以二行步相乘為實如平方而

一得半徑

草曰以二行步相乘得一萬四千四百步為實以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

又問甲乙二人乙出南門折而東行七十二步而止甲出北門折而東行二百望見乙問答同前

法曰以二行步相乘得數四之為實如平方而一得城徑

草曰二行步相乘得一萬四千四百步又四之得五

萬七千六百步為實以平方開之得二百四十步即城徑也合問

又假令乙出南門折東行二十步甲出北門折東行七

百二十步如此之類亦同上法

以上三問是以半矮梯求之

按右三題通為一問

或問甲乙二人乙在艮地東行八十步而立甲在坤地南行三百六十步望見乙問答同前

法曰此為兩差求黃方也以二行步相乘倍之為實

以平方開得城徑

草曰二行步相乘得二萬八千八百步倍之得五萬七千六百步為實以平方開之得二百四十步即城徑也合問 別得甲南行即股圓差也乙東行即勾圓差也

或問甲出東門四十八步而立乙出南門四十八步見之問答同前

法曰此當以方五斜七求之每出門二步管徑十步

草曰置出門步在地以五之得二百四十步即城徑也據此法合置出門步在地以十之二而一以二數相折故五因便是合問

按方五斜七古率非密率也設問以盡此題之變故率之疎密勿論

或問出西門南行四百八十步有樹出北門東行二百步見之問答同前

法曰以二行步相乘為實二行步相併為從二步常

法得半徑

草曰立天元一為半徑置南行步在地內減天元半

徑得元為股圓差

按斜畫者少之記也元是為四百八十步少一元也下做此

又置乙東行步在地內減天元得下式元為勾圓

差以勾圓差乘股圓差得元

按一四為一平方少六百八十元

多九萬六千步為半段黃方冪即城冪之半也寄左又置天元

冪以倍之得元亦為半段黃方冪與左相消得元

元如帶縱法之得半徑合問

按相消者取上兩相等之數同加減相等

之數使一為步數一為方元數仍相等也如寄數內減一平方加六百八十元則得九萬六千步又數內亦減一平方加六百八十元則得一平方六百八十八元是為一平方六百八十元與九萬六千步等故其式為一元舊稿方元數皆作斜畫以別之然遇方元數有多少異號者殊混人目今不用

又法識別得二行併即大弦也立天元一為半徑置甲

南行步加天元一得元為大股又置乙東行步加

天元得元為大勾也勾股相乘得元為一個

大直積以天元除之得下式元為三事和寄左黃方

除倍積得三事和令以半黃然後併二行步又併入方除直積亦為三事和也

勾股共得元即為同數與左相消得元即以帶縱

平方開之得一百二十步倍之得全徑也合問

按是書皆先法後草草者以立天元一推行而得
其方元積數者也法者又取推行中之支節條目
融會而歸於簡約者也草者法之本法者草之用
法使人易於推步而草則存其義以俟知者二者
相須不可偏廢顧應祥僅演其開方乘除之數而
去其細草蓋亦不得其理矣

按元時未有筆算故加減乘除之式不能詳載觀者遂以為無下手處今借根方法既明視此則渙如冰釋矣

測圓海鏡卷二

欽定四庫全書

測圓海鏡卷三

元 李冶 撰

邊股一十七問

或問乙出東門南行不知步數而止甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙行五百一十步與乙相會
問答同前

法曰倍相減步以乘二之甲南行步為平方實得城

徑

草曰識別得二行相減餘三十步即乙出東門南行步也倍相減步得六十步以乘二之甲南行步九百六十步得五萬七千六百步為平方實如法開之得二百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅東行八十步望見甲問答同前

法曰倍南行步以東行步乘之為實東行步為從方

一步常法得全徑

草曰立天元一為全徑以減於二之甲南行步得_辰
_卯為兩個大差也以乙東行步乘之得_辰_卯為圓徑
冪_左寄然後以天元冪與左相消得_辰_卯以帶縱平
方開之得二百四十步即城徑也合問

又法半之乙東行步乘南行步為實半之乙東行步為
從一步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑減甲南行步得_辰_卯為大

差也以半之東行步乘之得𠄎即半徑冪

寄然後

以天元冪為同數與左相消得𠄎開帶縱平方

得一百二十步倍之即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅亦南
行一百五十步望見甲問答同前

法曰兩行步相乘為實南行步為從方一為隅得半
徑

草曰立天元一為半城徑以減乙南行步得𠄎為

半梯頭以甲行步為梯底以乘之得 πr^2 為半徑冪
左然後以天元冪與左相消得 πr^2 開帶縱平方
得一百二十步倍之即城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步乙出東門直行一十
六步望見甲問答同前

法曰以四之東行步乘南行冪為實從空東行為廉
一步為隅法得全徑

草曰立天元一為圓徑加乙東行步得 r^2 為中勾

其甲南行即中股也置東行步為小勾以中股乘之

得_味合以中勾除令不受除便以為小股也

內寄中勾分母

乃復以中股乘之得三百六十八萬六千四百又四

之得一千四百七十四萬五千六百為一段圖徑冪

寄中勾分母寄左然後以天元徑自之又以中勾乘之得一

上_元為同數與左相消得一上_元以帶縱立方開

之得二百四十步為城徑也合問

按不受除者無可除之理也凡二數此數於彼數

有可除之理則受除無可除之理則不受除也蓋
除有法有實實可二法不可二此題以中勾為法
而中勾內有一元又有十六步其為數已二矣又
何以均分不一之數乎故曰不受也寄分者姑寄
其應除之數也俟求得兩相等數而此數內尚少
一除不除此而轉乘彼則兩數仍相等猶之受除
者也此所謂以乘代除也

或問乙出南門東行七十二步而止甲出西門南行四

百八十步望乙與城參相直問答同前

法曰以乙東行冪乘甲南行為實乙東行冪為從方
甲南行步內減二之東行步為益廉一步常法得半
徑

草曰立天元一為半城徑以減南行步得 辰 為小
股又以天元加乙東行步得 辰 為小勾又以天元
加南行步得 辰 為大股乃置大股在地以小勾乘
之得下式一合以一小股除之今不受除便以為

大勾內寄小股分母又置天元半徑以分母小股乘之得卜

元以減大勾得元為半個梯底於上以乙東行

七十二步為半個梯頭以乘上位得元為半徑

冪內寄小股分母寄左然後置天元冪又以分母小股乘之

得卜元為同數與左相消得卜元以立方開

之得一百二十步倍之即城徑也合問

又法曰以二數相乘為實相減為從一虛法平開得半

徑

草曰別得二數相併為大股內少一虛勾其二數相減為大差弦也立天元一為半徑副置之上位減於

四百八十得元卍為股圓差

即大股也

下位加七十二

得元卍與股圓差相乘得下式元卍為一大差積

寄左再以大差勾減於大差股餘元卍為較又加入大

差弦四百單八共得元卍為弦較共也以天元乘之

得元卍為同數與左相消得元卍以平方開之得

一百二十步即半徑合問 前法太煩故又立此法

以就簡也

或問乙出南門東行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望見乙與城參相直又就乙行四百零八步與乙相會問答同前

法曰二行步相減以乘甲南行步為實甲東行步內減相減步為益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘七十二步即是乙出南門東行數也更不須用弦遂立天元一為半城徑加乙

東行得阮川為小勾也副置南行步上減天乙得阮

卍為小股下加天元得阮為大股乃置大股以小

勾乘之得下式一合以小股除之今不受除便

以此為大勾也內帶小股分母又倍天元以小股乘之得下

式卍以減於大勾得卍為勾圓差也合以股

圓差乘之緣此勾圓差內已帶小股分母小股即股圓差也

更不須乘便以此為半段黃方更無分母也寄左乃以

天元自之又倍之得卍為同數與左相消得卍

問以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問
或問乙出東門直行不知步數而止甲出西門南行四
百八十步望見乙復就乙斜行五百四十四步與乙
相會問答同前

法曰半南行步減半斜行步以乘南行步為實從方
空半斜行半南行相減得數加入南行步為隅法得
半徑

草曰識別得二行相減餘六十四步即半徑為股之

勾也立天元為半徑就以為小股其二行相減餘六十四步即小勾也乃置甲南行步加天元得下式阮為大股以小勾乘之得阮又以小股除之得阮為大勾又倍天元一減之得下式阮為勾圓差也半之得阮於上乃以天元減甲南行步得阮為股圓差以乘上位得阮為半徑冪寄左然後以天元冪與左相消得下式阮以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

按此問以小股為除法蓋因小股只一天元其數不二猶有可除之理也然得數降於實數之下者皆不可以命名至開方時仍須各升一位以計之是兩邊各加一乘猶是寄分之理也

又法以二數差乘二數併開方得邊勾復以邊股乘之為實併二數而半之為法實如法得二百四十步即

城徑

此蓋用前勾上客圖法也

或問乙從乾地東行不知幾步而止甲出西門南行四

百八十步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相
會問答同前

法曰併二行數以二行差乘之內減二行差累為實
併二行步及二行差為從方二步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘二百步即半圓徑與小差
勾之共數也立天元一為半城徑加於二百步得阮
 1100 為大勾也又以天元加於甲南行步四百八十得
阮 1100 即大股也乃以大勾自之得 11111100 為勾累
寄左

乃置乙斜行六百八十步為大弦加入大股共得阮
卅於上再置二行差內減天元得阮卅為小差勾即
股弦較以乘上位得卜阮卅為同數與左相消得阮
阮卅以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合
問

又法求小差二行相減以自之又四之為實二行相減
八之於上二之南行步內減二之二行相減數又以
加上位為益方二步常法

草曰立天元一為小差減二行差得 ㄩ 為半城徑

以自之得 一

ㄩ^{〇〇}

ㄩ^{〇〇〇}

又四之得 ㄩ

ㄩ^〇

ㄩ^{〇〇〇}

為圓徑

寄然

左

後以半城徑減於甲南行得 ㄩ 又倍之得 ㄩ 為

兩個大差也又以天元乘之得 ㄩ 為同數與左

相消得下式 ㄩ 以平方開之得八十步為小差

也

或問乙出南門南行不知步數而立甲出西門南行四

百八十步望乙與城參相直復就乙斜行二百五十

五步與乙相會問答同前

法曰甲南行內減二之兩行差餘以乘甲南行又倍之為實二步為隅得半徑

草曰別得二行步相減餘二百二十五步乃是半徑為勾之股也立天元一為半城徑就以為小勾率其二行差二百二十五步即為小股率乃置甲南行步

加入天元得凡為大股以天元小勾乘之得一

合以小股除令不受除按此所謂不受除乃其數奇零不能盡非無可除之理也

與前辭同 便以此為大勾

內寄小股分母

乃倍天元以小股

乘之得

既

以減大勾餘

一

為一个小差於上

內寄小股

分母乃以天元減甲南行步得既為大差也以乘上

位得

卜

既

又倍之得

卜

既

為圓徑幕

內寄小股分母

寄

左然後倍天元以自之又以小股乘之得既為同

數與左相消得既以平方開之得一百二十步

倍之即城徑也合問

按此題止用股弦求勾法即得城半徑其必展轉

數次而後始得者益見其為發明立天元一之術
使人易曉也後多有倣此者

或問乙出南門直行一百三十五步而止甲出西門南
行四百八十步望乙與城參相直問答同前

法曰二行步相減餘以自乘內減乙行冪為實二之
甲南行為益從一步常法得半徑

草曰立天元一以為半徑便以為勾率又以天元加
乙行步併以減於甲行步得遠為股率乃置乙南

行步一百三十五步為小股以勾率乘之得_阮合以

股率除之今不受除乃便以此為小勾內寄股率分母又置

乙南行步加二天元得_阮為大股以勾率乘之得

二_阮合以股率除之今不受除便以此為大勾內寄股率

母以小勾大勾相乘得_阮為半徑冪內帶股率冪為分母

寄左然後置天元以自乘又以股率冪乘之得一_阮

_阮為同數與左相消得_阮以平方開之得一

百二十步倍之即城徑也合問

按此草得數為九百六十立方少一三乘方與十萬零八百平方等皆虛數也各降二位即如各以平方除之乃為九百六十元少一平方與十萬零八百步等兩數等所降之位又等則兩數仍相等而實積步數乃出矣故可以帶縱平方開之也此係降位而得實數者與前升位而得實數者其理互相發明草中不言蓋以為不待於言也

或問甲乙二人同出西門向南行至西南十字道口

分路乙折東行一百九十二步而立甲又南行甲通行四百八十步望乙與城參相直問答同前

法曰兩行相乘得數又以乙東行乘之為實二行相乘於上位又置乙東行以二行相減數乘之得數加上位為法

草曰立天元一為半城徑副置上位加南行步得阮卍為大股也下位減於甲行步得阮卍為小股也其乙東行即小勾也置大股以小勾乘之得阮卍內寄

小股尺為母便以為大勾也置天元以母通之得
卜尺減於大勾得一為半個矮梯底於上再置
乙東行內減天元得下式尺為半個矮梯頭以乘
上位得下式卜為半徑寄左再置天元以
自之為冪又以分母乘之得卜為如積與左相
消得上法下實得一百二十步即城之半徑也
合問

按草中相消法皆得兩邊數此獨得一邊二數蓋

此條共數比彼條共數少一數又多一數為相等則多少二數其必為相等無疑矣多少數多者亦倣此此又相消法中之一變也

又法二行步相乘為實倍甲南行內減乙東行為法

草曰立天元一為半城徑副置上位加甲南行得凡

凡為大股下位減甲行步得凡為小股便是股圓

差也其乙東行即小勾也置大股以小勾乘之得凡

凡內寄小股凡為母便以為大勾也再置天元以

二之又以分母乘之得 $\frac{11}{16}$ 為全徑以減於大勾餘
 $\frac{11}{16}$ 起訛為勾圓差也合以股圓差乘之緣內已有小
股分母不須乘便以此為兩段之半徑冪也更無分
母^寄然後置天元冪以二之得 $\frac{11}{16}$ 為如積以左相
消得 $\frac{11}{16}$ 起訛上法下實得一百二十步即半城徑也合

問

或問見邊股四百八十步重弦三十四步問答同前

此題

在甲乙二人同出西門南行至十字道乙折東行一
百九十二步而立甲又南行甲通行四百八十步望

見乙與城參
相直之後

法曰車弦乘邊股半之為實半車弦半邊股相併為
從半步隅法平方得車股

草曰立天元一為車股加車弦得元三為平勾也又

以天元減邊股而半之得元二為高股也平勾高股

相乘得元四寄為半徑冪左然後以天元乘邊股得

元九寄為同數與左相消得下式元一開平方得車股

三十步以乘邊股開平方倍之即圓城徑也合問

按此問原稿在三卷末

或問見邊股四百八十明弦一百五十三問答同前

法曰二云數相減復倍之內減邊股復以邊股乘之
於上又以明弦冪乘上位為實以邊股乘明弦冪又
二之為從二云數相減餘以自之為第一廉二云數
相減又倍之為第二益廉一常法開三乘方得明勾
草曰立天元一為明勾加明弦得元訓為高股也以
高股減邊股餘元訓為高弦以倍之得元訓為黃廣

弦也內減邊股得_三為_二直股復以邊股乘之得_三

於上又以明弦自乘得二萬三千四百零九為分

母以乘上位得

_三

為帶分半徑

_寄

然後置黃廣

弦以天元乘之得_三復合以明弦除之不除寄為

母便以此為全徑又半之得_三為半徑以自之得

_三

_三

為同數與左相消得下式

_三

_三

_三

開三

乘方得七十二步即明勾也餘各依法求之合問

又法邊股內減二明弦以邊股乘之復以明弦乘之

為三乘方實廉從並同前

草曰識別得二數相減餘為高股虛弦共又為高弦
明勾共此餘數內又去半徑即明和也明和明弦相
併即股圓差相減則明黃方也又倍明弦加明黃亦
得股圓差也邊股內減明勾餘即大差弦也立天元
一為明勾減於云數相減數得辰卍即高弦也以高
弦減邊股得辰卍即高股也以高股減於云數相減
數得辰卍即虛弦也以天元又減虛弦得辰卍即東

股也乃置高弦以天元乘之得上合明弦除之不

受除便以此為高勾也徑即半高勾自之得一

為半徑冪內帶明弦冪分母寄左然後置邊股以重股乘之

得取為半徑冪又以明弦冪二萬三千四百零九

分母通之得為為同數與左相消得實從廉隅五

層如前式

或問邊股四百八十步高弦二百五十五步問答同前

法曰以邊股減於二之高弦復以邊股乘之開平方

得半徑

草曰立天元一為半徑先倍高弦內減邊股餘復以邊股乘之得ㄟ寄左以天元冪與左相消得ㄟ開平方得數倍之即城徑也合問

或問邊股四百八十步平弦一百三十六步答問同前
法曰置平弦以邊股再乘之為實以邊股自之為益
從平弦為益廉一虛隅開立方得半徑

草曰別得平弦即皇極勾也立天元一為半徑副之

上位加平弦得阮目即邊勾也下位減於平弦得阮

目即重勾也置重勾以邊股乘之得阮合邊勾除

令不受除寄為母便以此為重股乃以此邊股乘之

得阮

為半徑冪

內帶邊勾分母

寄左然後以天元為冪以

分母邊勾乘之得一

阮

為同數與左相消得一

阮

開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問邊股四百八十步明股明弦和二百八十八步問

答同前

法曰以云之云數相減餘加邊股復以減餘乘之訖
又折半於上又以減餘自之減上位為實併云數半
之為法得明勾

草曰別得二數相減餘為大差勾立天元一為明勾
減於大差勾得辰則即半徑也又以天元減半徑得
辰則為虛勾於上又以半徑加邊股得辰則為通股
於下上下相乘得辰則折半得辰則為半徑冪

寄然後以半徑冪辰則為同數與左相消得辰則

上法下實得七十二步即明勾也合問

或問見邊股四百八十步重勾重弦和五十步問答同

前

法曰半邊股半和步相併得為泛率以汎半減邊股以自之又二之於上以和步乘泛率減上位為實以汎率減邊股六之於上內又加半个邊股三个和步為益從三步常法得重股

草曰別得和步得重股即小差也小差邊股共即二

中差

按此句誤

立天元一為車股加和步得凡即小差

也以小差加邊股而半之得凡即中差也中小差

相併得凡即大差也以小差乘之得凡即為半

段徑冪寄左然後置邊股內減大差得凡為半徑以

自之得凡又倍之得下式凡與左相消得

下式凡開平方得三十步即車股也合問

按草云以小差邊股共即二中差有誤蓋中差即

勾股較小差即股弦較邊股即勾弦較與容圓半

徑和若設勾二十股二十一弦二十九則勾弦較
九容圓半徑六併之得十五為邊股股弦較八為
小差小差邊股共得二十三勾股較一為中差倍
之僅得二則相差二十一矣是知細草乃因題數
之偶合而誤非正法也今依其術另設法草於後
以補其闕

法曰以車勾弦和自之邊股再乘為實倍邊股加車
勾弦和再以車勾弦和乘之為從又倍車勾弦和減

邊股餘為益廉一為隅帶縱立方開之得重股

草曰別得邊股即高股弦和重股即高股弦差重股

弦和即平勾也立天天一為重股自之得一吃應以

重勾弦和除之不除便以為重勾弦較

內寄重勾弦和分母轉

以重勾弦和自之得吃為重勾弦和加重勾弦較得

一。吃為倍重弦又以重勾弦和分母乘倍重股得

吃為倍重股與倍重弦相加得一。吃為倍重股弦

和即倍平勾又於邊股內減重股得吃為倍高股

倍高股倍平勾相乘得 $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 為圓徑冪寄左又
以邊股乘股相乘得 $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 為半徑冪四因之得 $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 為圓
徑冪又以直勾弦和分母乘之得 $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 為同數與左相
消得 $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 開帶縱立方得直股三十步合問

測圓海鏡卷三